Librería de Derive 6

EL TRIÁNGULO

- **Resolución de un sistema de dos ecuaciones lineales**

```
SISTEMA(r, s) ≔
  Prog
    RETURN SOLUTIONS([r, s], [x, y], Real)
```

Se introduce: las ecuaciones implícitas de dos rectas.
Se obtiene: la solución del sistema.

Ejemplo:

SISTEMA(x + 2·y = 3, 4·x + 5·y = 6)
SOL: [[1, -2]]

- **Triángulo conocidos sus vértices**

```
TRIANGULO(A, B, C) ≔
  Prog
    RETURN [A, B, C, A]
```

Se introduce: los vértices de un triángulo.
Se obtiene: una matriz que permite dibujar el triángulo.

Ejemplo:

TRIANGULO([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])

SOL: $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

- **Vértices de un triángulo dadas las rectas que lo forman**

```
TRI_RECTAS(a, b, c, d, e, f, r, s, t) ≔
  Prog
    P1 ≔ SISTEMA(a, b, c, d, e, f)
    P2 ≔ SISTEMA(a, b, c, r, s, t)
    P3 ≔ SISTEMA(d, e, f, r, s, t)
    RETURN [a·x + b·y + c = 0, d·x + e·y + f = 0, r·x + s·y + t = 0,
P1, P2, P3]
```

Se introduce: los coeficientes de las rectas.
Se obtiene: las ecuaciones de las rectas y los vértices del triángulo.

Ejemplo:

TRI_RECTAS(1, -4, 7, 1, 1, -3, 3, -2, 11)
SOL:
[x - 4·y = -7, x + y = 3, 3·x - 2·y = -11, [[1, 2]], [[-3, 1]], [[-1, 4]]]

- **Recta que pasa por dos puntos**

```
RECTA_PUNTOS(A, B) ≔
  Prog
    RETURN (B↓2 - A↓2)·x - (B↓1 - A↓1)·y + A↓2·B↓1 - A↓1·B↓2 = 0
```

Se introduce: las coordenadas de dos puntos.
Se obtiene: la ecuación de la recta que determinan.

Ejemplo:

RECTA_PUNTOS([1, 2], [-2, 3])
SOL: x + 3·y = 7

- **Rectas de los lados de un triángulo a partir de sus vértices**

```
REC_TRI(A, B, C) ≔
  Prog
    RETURN [A, B, C, RECTA_PUNTOS(A, B), RECTA_PUNTOS(A, C),
RECTA_PUNTOS(B, C)]
```

Se introduce: las coordenadas de los vértices.
Se obtiene: los vértices y las ecuaciones de las rectas de los lados.

Ejemplo:

REC_TRI([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])
SOL: [[1, 2], [-3, 1], [-1, 4], x - 4·y = -7, x + y = 3, 3·x - 2·y = -11]

- **Recta perpendicular a otra recta por un punto dado**

```
RECTA_ORTOG(r, P) ≔
  Prog
    u ≔ LHS(r)
    a ≔ ∂(u, x, 1)
    b ≔ ∂(u, y, 1)
    RETURN b·x - a·y + a·P↓2 - b·P↓1 = 0
```

Se introduce: la recta en forma implícita y el punto.
Se obtiene: la ecuación de la recta perpendicular por el punto.

Ejemplo:

RECTA_ORTOG(x + 2·y - 5 = 0, [1, 1])
SOL: 2·x - y = 1

- **Distancia de un punto a una recta**

```
DIST_PTO_RECTA(r, P) ≔
  Prog
    s ≔ RECTA_ORTOG(r, P)
    Q ≔ SISTEMA(r, s)
    RETURN ABS(P - Q↓1)
```

Se introduce: la recta en implícita y el punto.
Se obtiene: la distancia del punto a la recta.

Ejemplo:

DIST_PTO_RECTA(x + 2·y - 5 = 0, [1, 1])
SOL: $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

- **Área de un triángulo conocidos sus vértices**

```
TRI_AREA(A, B, C) ≔
  Prog
    w ≔ ABS(B - A)
    h ≔ DIST_PTO_RECTA(RECTA_PUNTOS(A, B), C)
    RETURN w·h/2
```

Se introduce: los vértices del triángulo.
Se obtiene: El área del triángulo.

TRI_AREA([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])
SOL: 5

- **Medianas y baricentro**

```
BARICENTRO(A, B, C) ≔
  Prog
    mediana_A ≔ RECTA_PUNTOS(A, (B + C)/2)
```

```
    mediana_B ≔ RECTA_PUNTOS(B, (A + C)/2)
    mediana_C ≔ RECTA_PUNTOS(C, (A + B)/2)
    baricentro ≔ SISTEMA(mediana_A, mediana_B)
    RETURN [TRIANGULO(A, B, C), mediana_A, mediana_B,
mediana_C, baricentro]
```

Se introduce: los vértices del triángulo.
Se obtiene: El triángulo, sus medianas y el baricentro.

BARICENTRO([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])

SOL: $\left[\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, x + 6\cdot y = 13, 2\cdot x - 3\cdot y = -9, x = -1, \left[\left[-1, \frac{7}{3}\right]\right]\right]$

- **Alturas y ortocentro**

```
ORTOCENTRO(A, B, C) ≔
  Prog
    altura_A ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(B, C), A)
    altura_B ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(A, C), B)
    altura_C ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(A, B), C)
    ortocentro ≔ SISTEMA(altura_A, altura_B)
    RETURN [TRIANGULO(A, B, C), altura_A, altura_B, altura_C,
ortocentro]
```

Se introduce: los vértices del triángulo.
Se obtiene: El triángulo, las alturas y el ortocentro.

ORTOCENTRO([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])

SOL: $\left[\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, 2\cdot x + 3\cdot y = 8, x - y = -4, 4\cdot x + y = 0, \left[\left[-\frac{4}{5}, \frac{16}{5}\right]\right]\right]$

- **Mediatrices, circuncentro y circunferencia**

```
CIRCUNCENTRO(A, B, C) ≔
  Prog
    mediatriz_AB ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(A, B), (A + B)/2)
    mediatriz_BC ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(B, C), (B + C)/2)
    mediatriz_AC ≔ RECTA_ORTOG(RECTA_PUNTOS(A, C), (A + C)/2)
```

circuncentro ≔ SISTEMA(mediatriz_AB, mediatriz_BC)
circunf ≔ (x - circuncentro↓1↓1)^2 + (y - circuncentro↓1↓2)^2 = ABS(circuncentro↓1 - A)^2
RETURN [TRIANGULO(A, B, C), mediatriz_AB, mediatriz_BC, mediatriz_AC, circuncentro, circunf]

Se introduce: los vértices del triángulo.
Se obtiene: El triángulo, las mediatrices, el circuncentro y la circunferencia.

CIRCUNCENTRO([1, 2], [-3, 1], [-1, 4])
SOL:

$$\left[\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \\ -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, 4\cdot x + y = -\frac{5}{2}, 2\cdot x + 3\cdot y = \frac{7}{2}, x - y = -3, \left[\left[-\frac{11}{10}, \frac{19}{10}\right]\right], 5\cdot x^2 + 11\cdot x + 5\cdot y^2 - 19\cdot y = -2\right]$$