Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones	**Septiembre de 2010**

Opción A

Problema 1. $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha^3 & 1 \\ \alpha & \alpha & 1 \\ \alpha^3 & \alpha & 1 \end{vmatrix} = \alpha^2(\alpha-1)$. Si $\alpha = 0$, se tiene que el sistema es compatible e indeterminado siendo $z = 1$ el plano solución.

Si $\alpha = 1$, se tiene $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y rango(A)=rango(B)=1 y el sistema es compatible e indeterminado siendo $x + y + z = 1$ el plano solución.

Si $\alpha \neq 0,1$, rango(A)=rango(B)=3 y el sistema es compatible y determinado.

Problema 2. a) $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 6 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -3x + 9z - 6y = 0$, simplificado: $x + 2y - 3z = 0$.

b) $\begin{cases} x = 8 + t \\ y = 7 + 2t \\ z = -2 - 3t \end{cases}$, pues se toma como vector de la recta el vector normal del plano.

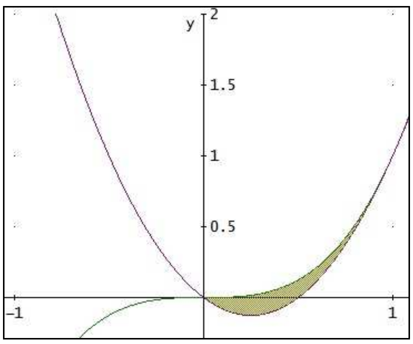
c) Sustituyendo el punto genércio de la recta en el plano:

$8 + t + 2(7 + 2t) - 3(-2 - 3t) = 0$, se obtiene $t = -2$, y el punto del plano es $Q(6,3,4)$.

Problema 3. a); $x^3 - 2x^2 + x = x(x-1)^2 = 0$ y los puntos de intersección son $A(0,0)$ y $B(1,1)$.

b) $f(x) \geq g(x)$ si $x \geq 0$; $x^3 \geq 2x^2 - x$; $x(x-1)^2 \geq 0$ y como $x \geq 0$, se cumple.

c) $\int_0^1 (x^3 - 2x^2 + x)dx = \left.\frac{x^4}{4} - 2\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}\right|_0^1 = \frac{1}{4} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$



Opción B

Problema 1. a) $|A(x)| = \begin{vmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{vmatrix} = 2x-6=6$. Por tanto $x=6$.

b) $|2\cdot A(x)| = 2|A(x)| = 2\cdot\begin{vmatrix} x+2 & 4 & 3 \\ x+2 & 6 & 2 \\ x+3 & 8 & 2 \end{vmatrix} = 2(2x-6)=4x-12$.

c) $|B(y)| = \begin{vmatrix} y+1 & 4 & 3 \\ y+2 & 6 & 2 \\ y+3 & 8 & 1 \end{vmatrix} = 0$, para cualquier valor de *y* por tanto no tiene inversa.

Problema 2. a) Igualando las ecuaciones paramétricas: $\begin{cases} 4+3t=s \\ 4+2t=2s \\ 4+t=3s \end{cases}$, se obtiene $t=-1,\ s=1$. El punto intersección es $P(1,2,3)$.

b) $\cos\alpha = \dfrac{|(3,2,1)\cdot(1,2,3)|}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{14}} = \dfrac{10}{14} = \dfrac{5}{7}$. Por tanto $\alpha \approx 44{,}4^{\circ}$.

c) $\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 4x-8y+4z=0$. Simplificando $x-2y+z=0$.

Problema 3. a) $x^2+y^2=25$; $y=\pm\sqrt{25-x^2}$; $h=5+x$; $B=2y=2\sqrt{25-x^2}$. Por tanto el área es: $A(x)=(5+x)\sqrt{25-x^2}$.

b) y c) $A'(x) = \dfrac{-(x+5)(x-2{,}5)}{\sqrt{25-x^2}}$. Tiene el máximo en $x=2.5$ con valor $A\approx 32{,}48$ pues $A'(x)>0\ si\ x<2{,}5$ (creciente) y $A'(x)<0\ si\ x>2{,}5$ (decreciente).