Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio A	**Septiembre de 2009**

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. a) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & \alpha \\ 4 & 3 & 2 \\ \alpha & \alpha & -6 \end{vmatrix} = \alpha^2 + 30$.

b) $A \cdot A^{-1} = I$, $\left|A \cdot A^{-1}\right| = |A| \cdot \left|A^{-1}\right| = 1$, $\left|A^{-1}\right| = \dfrac{1}{|A|} = \dfrac{1}{\alpha^2 + 30} = \dfrac{1}{66}$. Por tanto $\alpha = \pm 6$.

P.1.2. a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 5 & 7 & \alpha & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & \alpha - 5 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha - 9 & 0 \end{pmatrix}$.

Si $\alpha \neq 9$, sistema compatible determinado con solución $(0,0,0)$.

b) Si $\alpha = 9$, sistema compatible indeterminado con solución $(\lambda, -2\lambda, \lambda)$.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. a) La recta es $\dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z-4}{2}$.

b) Todos los planos definidos por esta recta (haz de planos) cumplen las condiciones pedidas.

Los planos $\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ 2x - z - 2 = 0 \end{cases}$ generan el haz: $2x + y - 5 + \lambda(2x - z - 2) = 0$. Estos planos son perpendiculares al plano dado: $(2 + 2\lambda, 1, -\lambda) \cdot (1 - 2, 2) = 0$.

c) Sustituyendo el punto *Q* en la ecuación del haz se obtiene el plano pedido: $-3 + \lambda = 0$ y con $\lambda = 3$, se obtiene $8x + y - 3z - 11 = 0$.

P.2.2. a) Si $\dfrac{|3x + 2y + 4z - 12|}{\sqrt{3^2 + 2^2 + 4^2}} = 5$, se obtienen: $\begin{cases} 3x + 2y + 4z - 12 - 5\sqrt{29} = 0 \\ 3x + 2y + 4z - 12 + 5\sqrt{29} = 0 \end{cases}$

b) Los puntos de corte con los ejes coordenados son $A(4,0,0), B(0,6,0), C(0,0,3)$.

c) El ángulo de $\overrightarrow{AB} = (-4,6,0)$ y $\overrightarrow{AC} = (-4,0,3)$, $\cos\alpha = \dfrac{16}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{25}}$, $\alpha = 63{,}65^\circ$.

El ángulo de $\overrightarrow{CA} = (4,0,-3)$ y $\overrightarrow{CB} = (0,6,-3)$, $\cos\beta = \dfrac{9}{\sqrt{25} \cdot \sqrt{45}}$, $\beta = 74{,}44^\circ$.

El ángulo de $\overrightarrow{BA} = (4,-6,0)$ y $\overrightarrow{BC} = (0,-6,3)$, $\cos\gamma = \dfrac{36}{\sqrt{52} \cdot \sqrt{45}}$, $\gamma = 41{,}91^\circ$

Si se suman los tres ángulos se obtienen 180º.

Bloque 3: ANÁLISIS

P.3.1. a) La función $\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{2x^2+12x-6}{(x-2)(x^2+9)}$ tiene una asíntota vertical $x=2$ y una asíntota horizontal $y=0$.

b) $\frac{2x^2+12x-6}{(x-2)(x^2+9)}=\frac{A}{x-2}+\frac{Bx+C}{x^2+9}$ y $2x^2+12x-6=A(x^2+9)+(Bx+C)(x-2)$.

Dando los valores $x==2, x=0, x=1$ se obtienen los valores: $A=2, B=0, C=12$.

Por tanto: $H(x)=\int\frac{f(x)}{g(x)}dx=\int\frac{2}{x-2}dx+\int\frac{12}{x^2+9}dx=2\ln|x-2|+4arctg\left(\frac{x}{3}\right)+k$.

Si $H(3)=2\ln 1+4arct1+k=\frac{\pi}{3}$, se obtiene que $k=\frac{-2\pi}{3}$.

P. 3.2. a) Las derivadas son: $y'=\frac{-16x}{(1+x^2)^2}$ e $y''=\frac{48x^2-16}{(1+x^2)^3}$.

b) Se iguala a cero la 2ª derivada: $y''=\frac{48x^2-16}{(1+x^2)^3}=0$ y $x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. Los puntos de inflexión son $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},6\right)$ y $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},6\right)$.

c) La pendiente máxima se encuentra en los puntos donde la derivada de la derivada 1ª se anula: $x=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. Sustituyendo en $y'=\frac{-16x}{(1+x^2)^2}$ se obtiene $\pm 3\sqrt{3}$.

Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. Como $\begin{cases} e_1=150-40t \\ e_2=30t\end{cases}$, entonces $d=\sqrt{(150-40t)^2+(30t)^2}$. Derivando la expresión: $d'=\frac{5000t-12000}{2\sqrt{(150-40)^2+(30t)^2}}$ e igualando a cero $t=2{,}4\,h$.

Como $d'<0\ si\ t<2{,}4$ y $d'>0\ si\ t>2{,}4$, el resultado es un mínimo.

P. 4.2. Si las dimensiones iniciales son *axb*, la longitud de la diagonal en función del tiempo viene dada por la expresión: $d=\sqrt{(a+0{,}2t)^2+(b+0{,}2t)^2}$. Derivando se obtiene: $d'=\frac{2(a+0{,}2t)\cdot 02+2(b+0{,}2t)\cdot 02}{2\sqrt{(a+0{,}2t)^2+(b+0{,}2t)^2}}$. Si $a+0{,}2t=8$ y $b+0{,}2t=6$. Por tanto la derivada (velocidad de crecimiento) en ese instante es $d'=\frac{5{,}6}{20}=0{,}28\,cm/\min$