

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio A	Septiembre de 2008

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. a) b) y c) Si $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ se obtiene el sistema: $\begin{cases} x - y = kx \\ 2x + 4y = ky \end{cases}$ y

ordenando los términos, se obtiene el sistema homogéneo $\begin{cases} (1-k)x - y = 0 \\ 2x + (4-k)y = 0 \end{cases}$ que

tiene como determinante del sistema: $\begin{vmatrix} 1-k & -1 \\ 2 & 4-k \end{vmatrix} = (k-2)(k-3)$.

Por tanto el sistema es indeterminado para $k=2$ con solución $\begin{pmatrix} k \\ -k \end{pmatrix}$ y para $k=3$

con solución $\begin{pmatrix} k \\ -2k \end{pmatrix}$ y determinado para $k=0$ con solución $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

P.1.2. a) y b) Los determinantes: $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & \alpha & 1 \end{vmatrix} = \alpha$ y $\begin{vmatrix} 1 & 1 & \alpha+3 \\ 2 & -1 & \alpha+1 \\ 3 & \alpha & 1 \end{vmatrix} = \alpha(\alpha+11)$,

permiten la siguiente discusión: $\begin{cases} \alpha = 0 & r(A) = r(B) = 2 & \text{SCI} \\ \alpha \neq 0 & r(A) = r(B) = 3 & \text{SCD} \end{cases}$

c) El sistema queda reducido a $\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$, es decir $\begin{cases} x + y = 3 - z \\ 2x - y = 1 - 2z \end{cases}$ que tiene

de solución $\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}z, \frac{5}{3} - \frac{1}{3}z, z \right)$.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. a) Al ser perpendiculares sus vectores normales $(1,1,1) \cdot (1,1,-\alpha) = 0$ y $\alpha = 2$.

Como: $\begin{cases} y + z = 3 - x \\ y - 2z = -x \end{cases}$ resolviendo el sistema se obtiene: $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$

b) Como el vector de la recta y el vector normal del plano son paralelos:

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{1}{-\alpha} \text{ y } \alpha = -1.$$

Los planos son: $\begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$ y la distancia pedida es $d(\pi, \pi') = \frac{|-3|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.

P.2.2. a) La recta pasa por el origen y tiene de vector $(1,1,1)$, por tanto su ecuación

$$\text{es: } \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1} = t.$$

b) Esta recta interseca al plano en el punto M : $t+t+t=6$, $t=2$ y $M(2,2,2)$. Por tanto el punto simétrico es: $P'(4,4,4)$.

c) El plano pedido pasa por el origen, al pasar por el eje X y tiene de vectores dirección el del eje X : $(1,0,0)$ y el de la recta r : $(1,1,1)$. Por tanto la ecuación del pla-

$$\text{no pedido es: } \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ que es } -y+z=0.$$

Bloque 3: ANÁLISIS

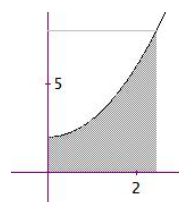
$$\text{P.3.1. a) } \int_1^{x+1} f(t)dt = \int_1^{x+1} (at+b)dt = \frac{at^2}{2} + bt \Big|_1^{x+1} = \frac{ax^2}{2} + (a+b)x.$$

$$\text{b) } F(x) = \frac{a}{2}x^3 + (a+b)x^2 \text{ y por tanto: } F'(x) = \frac{3a}{2}x^2 + 2(a+b)x. a = -b.$$

$$\text{c) } F''(x) = 3ax + 2(a+b) \text{ y por tanto: } F''(0) = 2(a+b) = 0 \text{ implica que}$$

$$\text{P.3.2. a) } \int_0^{\sqrt{6}} (x^2 + \alpha)dx = \frac{x^3}{3} + \alpha x \Big|_0^{\sqrt{6}} = (2 + \alpha)\sqrt{6}.$$

$$\text{b) } (2 + \alpha)\sqrt{6} = \frac{1}{2}\sqrt{6}(6 + \alpha) \text{ y por tanto } \alpha = 2.$$



Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. a) El punto M tiene de coordenadas $M(1,2t)$.

b) La pendiente de la recta que une ese punto con el origen es $m(t) = 2t$.

c) La derivada es $m'(t) = 2$.

P.4.2. a) Consideramos la semicircunferencia con centro en el origen. Si la base es x entonces, por Pitágoras, la altura es $\sqrt{50 - (x/2)^2}$.

$$\text{El área será } A(x) = x\sqrt{50 - x^2/4} = \frac{1}{2}\sqrt{200x^2 - x^4}.$$

$$\text{b) Si la derivada } A'(x) = \frac{400x - x^3}{4\sqrt{200x^2 - x^4}} = 0, \text{ se tiene como valor válido } x = 10.$$

Como $A'_-(10) > 0$ y $A'_+(10) < 0$ se obtiene un máximo que corresponde a un rectángulo de 10 cm de base y 5 cm de altura.