

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Septiembre de 2008

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ y el vector $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, se pide obtener razona-

damente:

- El vector X al que $AX = 0X$.
- Todos los vectores X tales que $AX = 3X$.
- Todos los vectores X tales que $AX = 2X$.

P.1.2. Dado el sistema de ecuaciones lineales
$$\begin{cases} x + y + z = \alpha + 3 \\ 2x - y + z = \alpha + 1 \\ 3x + \alpha y + 2z = 4 \end{cases}$$
, se pide:

- Probar que es compatible para todo valor de α .
- Obtener razonadamente el valor de α para el que el sistema es indeterminado.
- Resolver el sistema cuando $\alpha = 0$, escribiendo los cálculos necesarios.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. Dados los planos $\pi_1 : x + y + z = 3$ y $\pi_2 : x + y - \alpha z = 0$, se pide calcular razonadamente:

- El valor de α para que los planos π_1 y π_2 sean perpendiculares y, para este valor de α , obtener las ecuaciones paramétricas de la recta intersección de esos planos.
- El valor de α para que los planos π_1 y π_2 sean paralelos y, para este valor de α , obtener la distancia entre los dos planos π_1 y π_2 .

P.2.2. Dados el punto $O = (0,0,0)$ y el plano $\pi : x + y + z = 6$, se pide calcular razonadamente:

- La ecuación de la recta r que pasa por O y es perpendicular al plano π .
- Las coordenadas del punto simétrico de O respecto del plano π .
- La ecuación del plano que contiene al eje X y a la recta r .

Bloque 3: ANÁLISIS

P.3.1. Dada la función $f(t) = at + b$ (con a y b constantes reales), se define:

$F(x) = x \int_1^{x+1} f(t) dt$. Se pide obtener razonadamente:

- La $\int_1^{x+1} f(t) dt$.
- La expresión de la derivada $F'(x)$ de la función $F(x)$.
- La relación entre los valores a y b para que se verifique $F''(0) = 0$.

P.3.2. Para cada número real positivo α , se considera la función $g(x) = x^2 + \alpha$.

Se pide calcular razonadamente:

- El área de la región del plano limitada por el eje X , el eje Y , la recta $x = \sqrt{6}$ y la curva $y = g(x)$.
- El valor de α para que la curva $y = x^2 + \alpha$ divida al rectángulo de vértices $(0,0)$, $(\sqrt{6},0)$, $(\sqrt{6},6+\alpha)$, $(0,6+\alpha)$ en dos regiones de igual área.

Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. Un móvil se mueve con velocidad constante de 2 m/s, en el primer cuadrante, sobre la recta $x = 1$, partiendo del punto $M = (1,0)$ situado a 1 m del origen. Se pide razonadamente:

- Las coordenadas del punto $M(t)$ donde está situado el móvil después de t segundos.

La función $m(t)$ igual a la pendiente de la recta que pasa por el punto $O = (0,0)$ y por el punto $M(t)$.

- La derivada de la función $m(t)$.

P.4.2. En un terreno con forma de semicírculo de radio $\sqrt{50}$ metros, se dibuja un rectángulo que tiene dos vértices sobre la semicircunferencia del perímetro del terreno. Los otros dos vértices del rectángulo están sobre el segmento rectilíneo de dicho perímetro y distan x metros. Obtener razonadamente:

- El área del rectángulo en función de x .

El valor de x para que el que es máxima el área del rectángulo.