

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
ENUNCIADOS	Septiembre de 2007

Bloque 1: ÁLGEBRA LINEAL

P.1.1. Dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 6x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 4y + 6z = 3 \\ x + 3y + 2z = \alpha \end{cases}$, se pide:

- Justificar que para cualquier valor del parámetro real α , el sistema tiene solución única.
- Hallar la solución del sistema en función del parámetro α .
- Determinar el valor de α para que la solución (x, y, z) del sistema satisfice $x + y + z = 1$.

P.1.2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, se pide:

- Obtener razonadamente todos los valores de α para los que $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ es la única solución de la ecuación matricial $AX = \alpha X$.
- Resolver la ecuación matricial $AX = 2X$.

Bloque 2: GEOMETRÍA

P.2.1. Dado el plano $\pi : 2x + y + 3z - 1 = 0$ y el punto $Q(2,1,3)$, se pide calcular:

- La distancia del punto Q al plano π .
- El área del triángulo Δ cuyos vértices P_1, P_2 y P_3 son los puntos de intersección del plano π con los ejes coordenados.
- El volumen del tetraedro de vértices P_1, P_2, P_3 y Q .

P.2.2. Dados los planos de ecuaciones $\pi_1 : x + 2y + z + 3 = 0$; $\pi_2 : 2x + y - z - 6 = 0$

- Calcular el ángulo α que forman los planos π_1 y π_2 .
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta r , intersección de los planos π_1 y π_2 .
- Comprobar que el plano π de ecuación $x + y - 1 = 0$ es el plano bisector de π_1 y π_2 , es decir, π forma un ángulo $\alpha/2$ con cada uno de los planos π_1 y π_2 , donde α es el ángulo obtenido en el apartado a).

Bloque 3: ANÁLISIS

P.3.1. Dadas las funciones reales $f(x) = 4x^2 + 2x + 10$ y $g(x) = x^3 + x^2 + 5x + 5$. Se pide:

- a) Determinar las ecuaciones de las asíntotas a la gráfica de la función $\frac{f(x)}{g(x)}$.
- b) Calcular la función $H(x) = \int \frac{f(x)}{g(x)} dx$ que cumple $H(0) = 0$.

P.3.2. Sea la función con dominio los números reales no nulos $f(x) = \frac{4}{x}$.

- a) Calcular la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 2$.
- b) Determinar los puntos M y N de la gráfica de $f(x)$ para los que las rectas tangentes a la gráfica en M y N se cortan en el punto $(4, -8)$.

Bloque 4: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

P.4.1. Se tienen dos programas informáticos A y B . Para procesar n datos, el programa A realiza un número de operaciones elementales no superior a $12 + n\sqrt[4]{n^3}$, mientras el programa B ejecuta $n^2 - 2n + 10$ operaciones elementales. Comprobar que cuando el número n de datos es grande, el programa A procesa los n datos con menos operaciones elementales que el programa B .

P.4.2. El borde de un estanque está formado por el arco de curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2, 0)$ y $(2, 0)$ y el segmento rectilíneo que une estos dos puntos. Un surtidor está situado en el punto de coordenadas $(0, 2)$. Se pide:

- a) Determinar, razonadamente, el punto del segmento rectilíneo del borde del estanque que está más próximo al surtidor.
- b) Determinar, razonadamente, los puntos del arco de curva del borde del estanque que están más próximos al surtidor.
- c) ¿Cuáles son los puntos del borde del estanque más próximos al surtidor?