Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO A	**Septiembre de 2006**

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones con un parámetro real λ e incógnitas x, y, z, $\begin{cases} (\lambda+2)x - y + z = 0 \\ 3x + (\lambda+6)y - 3z = 0 \\ 5x + 5y + (\lambda-2)z = 0 \end{cases}$ se pide:

a) Calcular para qué valores de λ el sistema sólo admite la solución $(x, y, z) = (0,0,0)$.

b) Para cada valor de λ que hace indeterminado el sistema, obtener todas sus soluciones.

c) Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las ecuaciones del sistema cuando $\lambda = 3$.

Problema 2. En el espacio se consideran:

- La recta *r* intersección de los planos de ecuaciones implícitas $2x - 2y - z = 9$ y $4x - y + z = 42$.
- Y la recta *s* que pasa por los puntos $(1,3,-4)$ y $(3,-5,-2)$. Se pide:

a) Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta *r* y de la recta *s*.

b) Justificar que las rectas *r* y *s* se cruzan.

c) Calcular un vector direccional de la recta *t*, perpendicular común a las rectas *r* y *s* y calcular el punto *P* de intersección de las rectas *s* y *t*.

Problema 3. Dadas las funciones $f(x) = x^3 - 3x + 8$ y $g(x) = -3x$, se pide:

a) Calcular el máximo absoluto de la función $f(x)$ en el intervalo $[-3,0]$.

b) Calcular el punto de corte de la curva $y = f(x)$ y las rectas $y = g(x)$, $x = -3$ y $x = 0$.

Problema 4. Un incendio se extiende en forma circular uniformemente. El radio del círculo quemado crece a velocidad constante de *1,8 m/min*.

a) Obtener el área quemada en función del tiempo *t* transcurrido desde el comienzo del incendio.

b) Calcular la velocidad de crecimiento del área del círculo quemado en el instante en que el radio alcanza *45 m*.

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO B	**Septiembre de 2006**

Problema 1. *A* es una matriz 3 x 3 tal que $A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ y

$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. Se pide:

a) Calcular el determinante de la matriz A^3 y la matriz inversa de A^3.

b) Calcular la matriz fila $X = (x, y, z)$ que es solución de la ecuación matricial $XA^3 = BA^2$, donde *B* es la matriz fila $B = (1,2,3)$.

c) Calcular la matriz inversa de *A*.

Problema 2. En el espacio se consideran:

- El plano π que pasa por los puntos $(11,1,2)$, $(5,7,5)$ y $(7,-1,-2)$.
- Y la recta *r* intersección de los planos de ecuaciones implícitas $x + y + z = 15$ y $2x - 7y + 2z = 3$.

a) Calcular la ecuación paramétrica de *r* y la ecuación implícita del plano π.

b) Calcular el punto *P* intersección de *r* y π y el ángulo α que determinan *r* y π.

c) Calcular los puntos *M* y *N* de la recta *r* cuya distancia al plano π es igual a 3 u.l.

Problema 3. a) Obtener la derivada de la función $f(x) = ax + b + senx$. Calcular *a* y *b* si $O = (0,0)$ es un punto de la curva $y = ax + b + senx$, cuya recta tangente en $O = (0,0)$ es el eje *OX.*

b) Justificar que la función $g(x) = -\frac{2}{\pi}x + senx$ se anula en dos puntos del intervalo $[0, \pi]$ y calcular esos dos puntos.

Problema 4. Dos postes de 3 m y 4 m se hallan clavados verticalmente en el suelo. Sus base distan 5 m y, en el segmento que los une, hay un punto *P* que dista *x* metros de la base del poste más bajo. El extremo superior de cada poste se une con *P* mediante un segmento rectilíneo de cable. Se pide:

a) Obtener la expresión $f(x)$ de la longitud total del cable utilizado en ambos segmentos.

b) Demostrar que esa longitud total del cable es mínima cuando son iguales los valores absolutos de las pendientes de los dos segmentos considerados.