

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO A	Junio de 2006

Problema 1. Dado el sistema de ecuaciones
$$\begin{cases} x + 2y - 3z = \alpha \\ 2x + 6y - 11z = 2 \\ x - 2y + 7z = 1 \end{cases}$$
 se pide:

- Determinar el valor de α para que el sistema sea compatible.
- Para este valor α , calcular el conjunto de soluciones del sistema.
- Explicar la posición relativa de los tres planos definidos por cada una de las tres ecuaciones del sistema, en función de los valores de α .

Problema 2. En el espacio se consideran:

- La recta r intersección de los planos de ecuaciones implícitas: $x + y - z = 5$ y $2x + y - 2z = 2$.
- Y la recta s que pasa por los puntos $P = (3,10,5)$ y $Q = (5,12,6)$. Se pide:
 - Calcular las ecuaciones paramétricas de la recta r y de la recta s .
 - Calcular el punto H intersección de r y s y el ángulo α , que determinan r y s .
 - Calcular los puntos M y N de la recta r para los cuales el área de cada uno de los triángulos de vértices PQM y PQN es 3 unidades de área.

Problema 3. a) Dibuja razonadamente la gráfica de la función $g(x) = x^2 - 4$, cuando $-1 \leq x \leq 4$.

- Obtener razonadamente los valores máximo y mínimo absolutos de la función $f(x) = |x^2 - 4|$ en el intervalo $[-1,4]$.
- Calcular el área del recinto limitado por la curva de ecuación $y = f(x)$ y las rectas $x = -1$, $x = 4$ y $y = 0$.

Problema 4. Una persona camina a velocidad constante de 3 m/s y se aleja horizontalmente en línea recta de la base de una farola cuyo foco luminoso se encuentra a 10 m de altura. Sabiendo que la persona mide $1,70 \text{ m}$, calcular:

- La longitud de la sombra cuando la persona se encuentra a 5 m de la base de la farola.
- La velocidad de crecimiento de la sombra a los t segundos de comenzar a caminar.

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO B	Junio de 2006

Problema 1. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ y $T = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

- Probar que la matriz T , tiene inversa T^{-1} , y calcular dicha matriz inversa.
- Dada la ecuación con matriz incógnita B , $A = T^{-1}BT$, calcular el determinante de B .
- Obtener los elementos de la matriz B .

Problema 2 Dados los puntos $A = (4, -4, 9)$, $B = (2, 0, 5)$, $C = (4, 2, 6)$, $L = (1, 1, 4)$, $M = (0, 2, 3)$ y $N = (3, 0, 5)$, se pide:

- Calcular la distancia d del punto C al punto medio del segmento de extremos A , B y el área S del triángulo de vértices A , B , C .
- Calcular las ecuaciones implícitas del plano π que pasa por los puntos A , B , C y del plano π' que pasa por los puntos L , M , N .
- Calcular la ecuación paramétrica de la recta r intersección de los planos π y π' y el ángulo α que determinan los planos π y π' .

Problema 3. Dada la función $f(x) = \ln x$ en el intervalo cerrado $[1, e]$, siendo $e = 2,718281\dots$:

- Razonar que hay un punto P de la gráfica $y = \ln x$ en que la recta tangente es paralela a la recta que pasa por los puntos $A = (1, 0)$ y $B = (e, 1)$.
- Obtener el punto P considerado en a).
- Calcular la pendiente de la recta tangente a $y = \ln x$ en ese punto P .

Problema 4. El coste del marco de una ventana rectangular es 12,5 € por metro lineal de los lados verticales y de 8 € por metro lineal de los lados horizontales.

- Calcular razonadamente las dimensiones que ha de tener el marco de una ventana de 1 m^2 de superficie para que resulte lo más económico posible.
- Calcular además el coste de este marco.