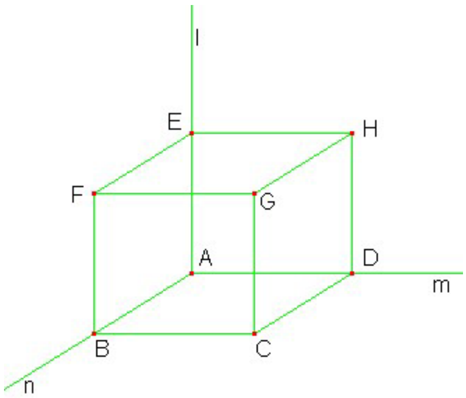
Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio A	**Septiembre de 2005**

Problema 1. Se calcula $AB'+C=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & 2 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7&2&-2\\14&5&-4\\21&6&-5\end{pmatrix}$ y

$(AD')E=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2\\5\\3\end{pmatrix}=10\begin{pmatrix}2\\5\\3\end{pmatrix}$. Por tanto $X=\begin{pmatrix}7&2&-2\\14&5&-4\\21&6&-5\end{pmatrix}^{-1}\cdot 10\begin{pmatrix}2\\5\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-60/7\\10\\-30\end{pmatrix}$

teniendo en cuenta que $\begin{pmatrix}7&2&-2\\14&5&-4\\21&6&-5\end{pmatrix}^{-1}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}-1&-2&2\\-14&7&0\\-21&0&7\end{pmatrix}$.

Problema 2. a) Las ecuaciones de las rectas en paramétricas son:
$l:(x,y,z)=(0,0,z)$, $m:(x,y,z)=(2y,y,0)$, $n:(x,y,z)=(x,-2x,0)$. Se puede comprobar que los vectores dirección de la rectas son perpendiculares entre sí.



Observando la figura (el eje "l" está invertido) las coordenadas de los puntos del ortoedro son: $A(0,0,0)$, $B(x,-2x,0)$, $C(12,21,0)$, $D(2y,y,0)$, $E(0,0,-11)$, $F(x,-2x,-11)$, $G(12,21,-11)$, $H(2y,y,-11)$.

Como se tiene que cumplir $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ y $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ entonces las coordenadas de los vectores han de ser proporcionales: $\frac{x}{12-2y}=\frac{-2x}{21-y}$ y $\frac{2y}{12-x}=\frac{y}{21+2x}$.

Se obtiene así $x=-6$ $y=9$. Los vértices del ortoedro son:
$A(0,0,0)$, $B(-6,-12,0)$, $C(12,21,0)$, $D(18,9,0)$, $E(0,0,-11)$, $F(-6,-12,-11)$, $G(12,21,-11)$, $H(18,9,-11)$.

b) El volumen es $V=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right]=\left\|\begin{vmatrix}-6 & -12 & 0\\ 18 & 9 & 0\\ 0 & 0 & -11\end{vmatrix}\right\|=594\,uv$

Problema 3. a) $2R+R\alpha=4$, $R=\dfrac{4}{2+\alpha}$. Sustituyendo *R* en la fórmula del área $A=\dfrac{R^2\alpha}{2}=\dfrac{8\alpha}{(2+\alpha)^2}$. Derivando e igualando a cero $A'=\dfrac{16-8\alpha}{(2+\alpha)^3}=0$, se obtiene $\alpha=2$ radianes. Pero si $\alpha<2\rightarrow A'>0$ y si $\alpha>2\rightarrow A'<0$, entonces presenta un máximo con un valor de $A=1\,m^2$.

b) $\dfrac{R^2\alpha}{2}=1$, $\alpha=\dfrac{2}{R^2}$. Sustituyendo α en la fórmula del perímetro $p=2R+R\alpha=2R+\dfrac{2}{R}$. Derivando e igualando a cero $p'=2-\dfrac{2}{R^2}=0$, se obtiene $R=1\,m$. Pero si $R<1\rightarrow p'<0$ y si $R>1\rightarrow p'>0$, entonces presenta un mínimo con un valor de $p=4\,m$.

Problema 4. Si el caudal es $Q_1=kR^4$**,** al ser el radio un 0,5% menor el caudal será $Q_2=k(0{,}995R)^4=0{,}9801495kR^4$. Por tanto $100-98{,}01495=1{,}985049937\approx 2\%$.

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
Soluciones del ejercicio B	**Septiembre de 2005**

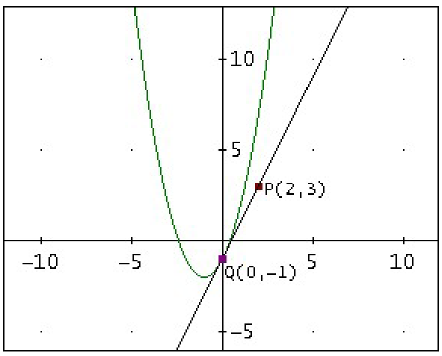
Problema 1. Hay que resolver el sistema: $\begin{cases} 600x+300y+200z=470 \\ 300x+400y+600z=370 \\ 100x+300y+200z=160 \end{cases}$. Aplicando Gauss $\begin{pmatrix} 100 & 300 & 200 & 160 \\ 600 & 300 & 200 & 470 \\ 300 & 400 & 600 & 370 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 100 & 300 & 200 & 160 \\ 0 & -1500 & -1000 & -490 \\ 0 & -500 & 0 & -110 \end{pmatrix}$ se obtiene y=0,22, z=0,16 y x=0,62. luego los porcentajes son el 62% de carne, el 22% de pescado y el 16% de verdura.

Problema 2. a) El vector normal del plano será $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (2,4,6) = (1,2,3)$.

El plano pertenece al haz $x+2y+3z+D=0$ y al pasar por $P(9,4,-1)$ debe cumplirse que $9+2\cdot 4+3(-1)+D=0$, $D=-14$ y el plano es el $x+2y+3z-14=0$.

b) La recta intersección de los planos $\begin{cases} 5x-y-z=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$ es $\begin{cases} x=t/3 \\ y=2t/3 \\ z=t \end{cases}$. Se halla la intersección de la recta con el plano anterior: $t/3+4t/3+3t-14=0$ y se obtiene el valor $t=3$ que da el punto $M(1,2,3)$. Como es el punto medio entre P y el punto buscado P' se tiene: $1=\dfrac{9+x}{2}, 2=\dfrac{4+y}{2}, 3=\dfrac{-1+z}{2}$ y el punto simétrico es $P'(x,y,z)=(-7,0,7)$.

Problema 3.



La recta que pasa por el punto P es $y-3=m(x-2)$. Pero al ser tangente a la curva $y=x^2+2x-1$, el sistema debe tener una única solución. Resolviéndolo por susti-

tución: $x^2+(2-m)x+2m-4=0$ y $\Delta=m^2+12m-20=0$ tiene de soluciones $m=10\ y\ m=2$. Las ecuaciones de las rectas son $y-3=2(x-2)$; $y-3=10(x-2)$ es decir $y=2x-1$; $y=10x-17$.
Se puede comprobar que el punto de tangencia es $Q(0,-1)$ y si calculamos la recta tangente en ese punto, derivando la función, se obtiene la misma recta.

Problema 4. a) La posición de cada móvil a lo largo de su trayectoria, en función del tiempo,viene dada por $\begin{cases} e_A=15-60t \\ e_B=20-30t \end{cases}$. La distancia entre ambos móviles viene dada por: $d=\sqrt{(15-60t)^2+(20-30t)^2}$.

b) Derivando e igualando a cero: $d'=\dfrac{4500t-1500}{\sqrt{(15-60t)^2+(20-30t)^2}}=0$ se obtiene $t=1/3\ h=20\ m$. Cuando $t<1/3\rightarrow d'<0$ y cuando $t>1/3\rightarrow d'>0$ y por tanto presenta un mínimo en $t=1/3$ con valor $d=5\sqrt{5}\ km$.