

| | |
|---|---------------------------|
| Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud | |
| EJERCICIO A | Septiembre de 2004 |

Problema 1. Calcular todos los valores reales x, y, z, t para los que se verifica

$$AX = XA, \text{ donde } X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} \text{ y } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Problema 2. a) Calcular el plano que pasa por el punto $P(-2, 4, -3)$ y es perpendicular a la recta $r: (x, y, z) = (1, 2, 0) + t(1, -2, 1)$.

b) Calcular la distancia entre el punto P y la recta r .

Problema 3. Tenemos que $f(x) = x^2 + m$ (siendo m un parámetro real) y $f'(x)$ es la función derivada de $f(x)$:

a) Calcular el valor del parámetro m para que $f(x)$ tenga un mínimo relativo en $x = -3/4$.

b) Para el valor de m calculado, determinar el área de la región comprendida entre la curva $y = f(x)$ y la recta de ecuación $y = f'(x)$.

Problema 4. a) Tenemos inicialmente 10 bacterias en un cultivo de laboratorio, las cuales se duplican cada día. Calcular, razonadamente, el número de bacterias que habrá cuando hayan transcurrido 10 días.

b) Para otro cultivo, donde $P(t)$ es el número de bacterias que habrá cuando hayan transcurrido el tiempo t medido en días, calcular el aumento del número de bacterias al cabo de 10 días, sabiendo que $P(0) = 500$, $P(3) = 1.100$ y que la derivada $P'(t)$ es constante en el intervalo $0 \leq t \leq 10$.

| | |
|---|---------------------------|
| Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud | |
| EJERCICIO B | Septiembre de 2004 |

Problema 1. Tenemos las matrices reales $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 3 & -5 & 6 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$:

- Justificar que existe la matriz A^{-1} , inversa de A , y calcular el determinante de A^{-1} .
- Calcular la matriz $B = A(A + 4I)$.
- Determinar los números x, y, z, t que cumplen: $A^{-1} = xA + yI, A^2 = zA + tI$.

Problema 2. Consideramos los puntos $A = (1, 0, 0)$, $B = (0, 1, 0)$, $C = (0, 0, 1)$ y $D = (2, 1, 2)$. Se pide:

- Calcular el área del triángulo de vértices B, C y D .
- Calcular el volumen del tetraedro de vértices A, B, C y D .
- Calcular la distancia del punto A al plano que pasa por los puntos B, C y D .

Problema 3. a) calcular razonadamente la integral siguiente: $\int \frac{4x+11}{(x+1)^2+1} dx$.

b) Aplicando la regla de Barrow, calcular $\int_0^{\sqrt{3}-1} \frac{4x+11}{(x+1)^2+1} dx$.

Problema 4. Determinar razonadamente la longitud del lado del cuadrado de área mínima si tiene los vértices situados sobre los lados de otro cuadrado de lado 16 cm.