| Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud | |
|---|---|
| **Soluciones del ejercicio A** | **Septiembre de 2002** |

**Problema 1.** i) $M = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix}$.

ii) Como $|D| = -1$ hay matriz inversa y además $D_{11}=2$, $D_{12}=-1$, $D_{21}=-7$ y $D_{22}=3$ la matriz inversa es $D^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

iii)

$$X = D^{-1}M = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -165 & 0 \\ 72 & 2 \end{pmatrix}$$
$$Y = MD^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & 14 \\ -21 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 21 \\ 46 & -159 \end{pmatrix}$$

**Problema 2.** a) Al ser una N(1,70;0,20) tipificando la variable se obtiene:

$$p(x > 1{,}95) = p(z > \frac{1{,}95 - 1{,}70}{0{,}20}) = p(z > 1{,}25) = 1 - p(z < 1{,}25) = 1 - 0{,}8944 = 0{,}1056$$

b) En este caso se trata de una probabilidad condicionada y es necesario calcular también la probabilidad de medir más de 1,65 m:

$$p(x > 1{,}65) = p(z > \frac{1{,}65 - 1{,}70}{0{,}20}) = p(z > -0{,}25) = p(z < 0{,}25) = 1 - 0{,}5987 = 0{,}4013$$

$$p(x > 1{,}95 / x > 1{,}65) = \frac{p(x > 1{,}95)}{p(x > 1{,}65)} = \frac{0{,}1056}{0{,}4013} = 0{,}2631\,.$$

**Problema 3.** a) Expresamos la recta $\begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ 2x + 4y + 4z + 2 = 0 \end{cases}$ en paramétricas resolviendo el sistema indeterminado: $\begin{cases} x = 13 + 2t \\ y = -7 - 2t \\ z = t \end{cases}$.

b) Los vectores normales del plano son *(1,1,0)* y *(2,4, l)*. Queremos que formen un ángulo de 45º: $\cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|1\cdot 2 + 1\cdot 4|}{\sqrt{2}\sqrt{20 + l^2}}$. Resolviendo la ecuación se obtiene $l = \pm 4$.

**Problema 4.** Si $f(1)=0$, $a+b+c=0$. $f'(x)=3x^2+2ax+b$. Al tener un máximo, $f'(-4)=0$ y se obtiene la ecuación $-48+8a+b=0$. Al tener un mínimo, $f'(0)=0$ y se obtiene que $b=0$. Sustituyendo en las ecuaciones anteriores se obtiene que $y=x^3+6x^2-6$.

| Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud | |
|---|---|
| **Soluciones del ejercicio B** | **Septiembre de 2002** |

**Problema 1.** i ) vamos a discutir el sistema por el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & l \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 3 & 5 & l^2 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & l \\ 0 & 1 & 3 & 2-2l \\ 0 & 2 & l^2-3 & 1-3l \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & l \\ 0 & 1 & 3 & 2-2l \\ 0 & 0 & l^2-9 & l-3 \end{pmatrix}$$

Por tanto si $\begin{cases} l = 3\, SCI \\ l = -3\, SI \\ l \neq 3\; y\, l \neq -3\, SCD \end{cases}$

ii) Si $l=3$ se resuelve el sistema $\begin{cases} x+y+z=3 \\ y+3z=-4 \end{cases}$ que da como conjunto S de soluciones (7+2z,-4-3z,z).

iii) El producto escalar debe ser nulo (1,1,2)·(7+2z,-4-3z,z)=0. Resolviendo se obtiene z=-3 y el vector es el (1,5,-3).

**Problema 2.** a) El vector normal del plano es el vector director de la recta: $\frac{x-1}{8} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-7}{1}$ en forma continua.

b) $d(P,p) = \frac{|8\cdot 1 + (-4)\cdot(-3) + 1\cdot 7 - 3|}{\sqrt{8^2 + (-4)^2 + 1^2}} = \frac{8}{3}$.

c) $\frac{|8x-4y+z-3|}{9} = 3$ que da origen a los planos $\begin{cases} 8x-4y+z=30 \\ 8x-4y+z=-24 \end{cases}$.

**Problema 3.** Es una binomial *B(5;0,4).*

$$p(x=0) = \binom{5}{0} 0{,}4^0 0{,}6^5 = 0{,}07776$$

$$p(x=2) = \binom{5}{2} 0{,}4^2{,}6^3 = 0{,}3456$$

$$p(x=4) = \binom{5}{4} 0{,}4^4 0{,}6^1 = 0{,}0768$$

**Problema 4.** Hallamos los puntos de corte entre las gráficas: $x^2 = \frac{2}{1+x^2}$ que da como solución los puntos *(-1,1)* y *(1,1).* Dada la simetría de la figura:

$$2\int_0^1 \left( \frac{2}{1+x^2} - x^2 \right) dx = \left| 4artgx - \frac{2x^3}{3} \right|_0^1 = p - \frac{2}{3}.$$