Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO A	**Septiembre de 2000**

Problema 1. Calcular el valor de λ por el que tiene infinitas soluciones el sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & - & z & = & 0 \\ 2x & + & y & + & z & = & 0 \\ lx & + & y & & & = & 0 \end{array}\right\}$$

Obtener todas las soluciones correspondientes al valor de l e interpretar geométricamente por qué el sistema tiene infinitas soluciones.

Problema 2. Se lanzan cinco monedas simétricas al aire. Calcular:

La probabilidad de no obtener ninguna cara
La probabilidad de obtener una cara
La probabilidad de obtener más de una cara

Problema 3. Considera las rectas $r: x = y = z$ y $r': \begin{cases} y = 5 \\ z = 0 \end{cases}$. Comprueba que los puntos O=(0,0,0) y A=(1,1,1,) pertenecen a la recta r, y que los puntos B=(0,5,0) y C=(10,5,0) pertenecen a la recta r'. Calcula la distancia entre las dos rectas.

Explica la relación entre el producto mixto de los vectores $OA = i + j + k = (1,1,1)$, BC y OB, el producto vectorial de OA y BC y la distancia entre las rectas r y r'.

Problema 4. Se divide un hilo de 100 metros en dos trozos de longitudes x e y. Con el trozo de longitud x se forma un cuadrado y con el de longitud y se forma un rectángulo, cuyo lado mayor mide el doble que el lado menor. Encuentra x e y para que la suma de las áreas del cuadrado y del rectángulo sea máxima. Ídem para que sea mínima.

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud	
EJERCICIO B	**Septiembre de 2000**

Problema 1. Obtener la distancia del punto (0,0,7) al plano determinado por los puntos (0,0,0), (0,2,2) y (2,0,2).

Problema 2. Obtener en función de l las soluciones del sistema:

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} x & + & y & + & z & = & 3+l \\ x & - & 3y & & & = & -2 \\ -x & & & + & 3z & = & 2 \end{array}\right\}$$

Explica la relación entre el conjunto de soluciones obtenidas y la intersección de los planos:

α: x-3y=-2 y β:-x+3z=2

Problema 3. La estatura de una población se distribuye normalmente con media 1,70 y desviación típica 0,1. Se seleccionan al azar cuatro personas y se pide cual es la probabilidad de que una, y sólo una, de ellas mida más de 1,72 cm. Determinar también cuál es la probabilidad de que al menos dos de las cuatro personas mida más de 1,72 cm.

Problema 4. Al girar la elipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{9}=1$ alrededor del eje 0X engendra una superficie que encierra una figura parecida a un huevo, llamada elipsoide. Hallar el volumen de este elipsoide. Si el punto (a,0) se desplaza hacia a la derecha de manera que a=5+3t, obtener la función derivada del volumen del elipsoide respecto a t, explicando su significado.