

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud

Soluciones del ejercicio A

Junio de 2000

Problema 1. Al multiplicar A por si misma se obtiene $A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; siguiendo el

mismo proceso se llega a $A^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, que es una matriz nula y por tanto a

partir de ahí todas las potencias de A son una matriz nula: $A^4 = A^5 = \dots A^n = 0$.

Problema 2. La distancia entre un punto P , genérico de la parábola y el punto

$Q(0,-4)$ es: $d(P,Q) = \sqrt{x^2 + (y+4)^2} = \sqrt{x^2 + (x^2 + 4)^2}$, teniendo en cuenta la ecuación de la curva.

Como la derivada $d' = \frac{x(2x^2 + 9x)}{\sqrt{16 + 2x^2 + 8x^4}}$ sólo se anula en $x = 0$ y

verifica $\begin{cases} (-\infty, 0) \text{ es } d' < 0 \\ (0, \infty) \text{ es } d' > 0 \end{cases}$, es en el origen de coordenadas donde presenta el mínimo.

Problema 3. Sean los vectores $AB = (1,0,0)$, $AE = (0,1,6)$. Al ser $AB = DC$ se

obtienen las coordenadas del punto $D(1,4,0)$ y en consecuencia el vector

$AD = (0,3,0)$. Entonces el área de la base del paralelepípedo es el valor absoluto

del producto vectorial $|AB \times AD| = 3$ y el volumen del paralelepípedo es el valor

absoluto del producto mixto $|(AB \times AD) \cdot AE| = 18$. Por tanto la distancia entre las

bases será 6, es decir la altura del paralelepípedo.

Problema 4. Se calculan las medias y las desviaciones típicas de las variables interés y paro, respectivamente:

$\begin{cases} \bar{x} = 11 \\ \sigma_x = 4,58 \end{cases}$, $\begin{cases} \bar{y} = 19,125 \\ \sigma_y = 4,28 \end{cases}$. Se obtiene la covarianza

$\sigma_{xy} = 19,375$ y la recta de regresión de "y sobre x": $y - 19,125 = \frac{19,375}{4,58^2}(x - 11)$.

Sustituyendo en "x" se estima el paro cuando el interés es del 2%: $\hat{y}(2) = 10,845\%$

y cuando es del 3%: $\hat{y}(3) = 11,765\%$. Luego el paro aumentó un 0,92%.

Bachillerato de Ciencias de la Naturaleza y la Salud

Soluciones del ejercicio B

Junio de 2000

Problema 1. El plano tiene de vectores dirección $AB = (4,2,6)$ y $AC = (4,0,2)$ y su

ecuación implícita se obtiene: $\begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ 4 & 2 & 6 \\ 4 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 0$, que simplificada da $x+4y-2z+2=0$.

La distancia punto-plano es $d(P,\pi) = \frac{|0+4\cdot 0-2\cdot 10+2|}{\sqrt{1^2+4^2+2^2}} = \frac{18}{\sqrt{21}}$.

Problema 2. Aplicando el método de Gauss:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & k & k \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & k-3 & k-3 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & k-5 & k-5 \end{bmatrix} \text{ se deduce:}$$

Si $k = 5$ SCI (tres planos que pasan por una recta común) y si $k \neq 5$ SCD (tres planos que pasan por el punto $(0,0,1)$).

Problema 3. Tipificando y buscando en las tablas se obtiene:

$$p(x > 75) = p\left(\frac{x-70}{5} \geq \frac{75-70}{5}\right) = p(z \geq 1) = 0,1587, \quad p(x > 80) = p(z \geq 2) = 0,0227.$$

Es una probabilidad condicionada: $p(x > 80 / x > 75) = \frac{0,0227}{0,1587} = 0,1430$.

Problema 4. Haciendo la integral por el método de partes y aplicando la regla de

$$\text{Barrow: } \int_0^{\pi/2} x \cdot \cos x dx = \left. \begin{matrix} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = x \cdot \cos x \rightarrow v = \text{sen} x \end{matrix} \right\} = x \text{sen} x + \cos x \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1.$$